

# Fonctions récursives

D'après 2023, Sujet 0.b, Ex. 2

Cet exercice est consacré à l'analyse et à l'écriture de programmes récursifs.

**1.a)** Expliquer en quelques mots ce qu'est une fonction récursive.

**1.b)** On considère la fonction Python suivante :

```
def compte_rebours(n):  
    """ n est un entier positif ou nul """  
    if n >= 0:  
        print(n)  
        compte_rebours(n - 1)
```

L'appel `compte_rebours(3)` affiche successivement les nombres 3, 2, 1 et 0.

Expliquer pourquoi le programme s'arrête après l'affichage du nombre 0.

**2.** En mathématiques, la factorielle d'un entier naturel  $n$  est le produit des nombres entiers strictement positifs inférieurs ou égaux à  $n$ . Par convention, la factorielle de 0 est 1. Par exemple :

- la factorielle de 1 est 1
- la factorielle de 2 est  $2 \times 1 = 2$
- la factorielle de 3 est  $3 \times 2 \times 1 = 6$
- la factorielle de 4 est  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

Recopier et compléter sur votre copie le programme donné ci-dessous afin que la fonction récursive `fact` renvoie la factorielle de l'entier passé en paramètre de cette fonction.

Exemple : `#!/py fact(4) renvoie 24`.

```
def fact(n):
    """ Renvoie le produit des entiers strictement positifs
        et inférieurs ou égaux à n.
    """
    if n == 0:
        return ... # À compléter
    else:
        return ... # À compléter
```

**3.** La fonction `somme_entiers_rec` ci-dessous permet de calculer la somme des entiers, de 0 à l'entier naturel `n` passé en paramètre.

Par exemple :

- Pour `n = 0`, la fonction renvoie la valeur `0`.
- Pour `n = 1`, la fonction renvoie la valeur `0 + 1 = 1`.
- ...
- Pour `n = 4`, la fonction renvoie la valeur `0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10`.

```
def somme_entiers_rec(n):
    """ Renvoie, de manière récursive,
        la somme des entiers de 0 à l'entier naturel n.
    """
    if n == 0:
        return 0
    else:
        print(n) # pour vérification
        return n + somme_entiers_rec(n - 1)
```

L'instruction `print(n)` de la ligne 7 dans le code précédent a été insérée afin de mettre en évidence le mécanisme en œuvre au niveau des appels récursifs.

**3.a)** Écrire ce qui sera affiché dans la console après l'exécution de la ligne suivante :

```
>>> res = somme_entiers_rec(3)
```

**3.b)** Quelle valeur sera alors affectée à la variable `res` ?

**4.** Écrire en Python une fonction `somme_entiers` non récursive : cette fonction devra prendre en argument un entier naturel `n` et renvoyer la somme des entiers de 0 à `n` compris. Elle devra donc

renvoyer le même résultat que la fonction `somme_entiers_rec` définie à la question 3.

Exemple : `somme_entiers(4)` renvoie 10 .